Al-FARABI KAZAKH NATIONAL UNIVERSITY

**Faculty of Mechanics and Mathematics**

**Department of Differential Equations and Control Theory**

**PRACTICAL COURSE**

**OF THE OPTIMAL CONTROL THEORY**

**Tasks**

**Lecturer - Professor Simon Ya. Serovajsky**

**Almaty, 2011**

**List of examples**

**1) ; ; **

**2) ; ; **

**3) ; ; **

**4) ; ; **

**5) ; ; **

**6) ; ; **

**7) ; ; **

The parameters  are arbitraries.

**Week 2**

**Task 1. Necessary conditions of optimality**

1. Determination of the function *Н* for the concrete example.
2. Determination of the adjoint equation.
3. Determination of the maximum principle.
4. Finding of the control from the maximum principle.
5. Repetition of the mentioned technique for the maximization problem.

**Week 3**

**Task 2. Convergence of the iterative method for conditions of optimality**

The concrete example was given in the Task 1.

1. Iterative method for necessary conditions of optimality.
2. Proof of its convergence for chosen parameters of the problem.
3. Finding of the optimal control.

**Week 4**

**Task 3. Uniqueness of the optimal control**

The concrete example was given in the Task 1.

1. Linearity of the control-state mapping.
2. Strong convexity of the state functional for parameters of the problem.
3. Proof of uniqueness of the optimal control.
4. Consider the corresponding maximization problem.

**Неделя 4**

**СРС-4. Обоснование достаточности условий оптимальности**

Для заданного примера в соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Найти остаточный член в формуле приращения функционала
2. Подобрать параметры задачи таким образом, чтобы гарантировать достаточность условий оптимальности.
3. Проверить, что произойдет, если рассматривается та же задача на максимум функционала.

**Неделя 5**

**СРС-5. Проверка экстремальной задачи на существование особого управления**

Для заданного примера в соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Подобрать параметры задачи таким образом, чтобы существовало особое управление.
2. Найти особое управление.
3. Проверить справедливость условия Келли для особого управления.
4. Проверить, что произойдет, если рассматривается та же задача на максимум функционала.

**Неделя 8**

**СРС-7**. **Проверка существования решения конкретной экстремальной задачи**

Для заданного примера в соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Доказать выпуклость множества допустимых управлений.
2. Доказать замкнутость множества допустимых управлений.
3. Доказать непрерывность функционала.
4. В условиях выпуклости функционала (см. СРС-5) сделать заключение о существовании решения задачи

**Неделя 9**

**СРС-8**. **Вывод условий оптимальности   
для систем с закрепленным конечным состоянием**

Рассмотреть заданную задачу при наличии дополнительного условия: функция состояния в коечный момент времени принимает значение 1. В соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Получить систему необходимых условий оптимальности.
2. Записать алгоритм решения задачи на основе метода стрельбы.

**Неделя 11**

**СРС-9**. **Проверка корректности по Тихонову конкретной экстремальной задачи**

Для заданного примера в соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Подобрать параметры задачи таким образом, чтобы установить равномерную выпуклость функционала.
2. Установить при этих условиях корректность задачи по Тихонову
3. Проверить, что произойдет, если рассматривается та же задача на максимум функционала.

**Неделя 12**

**СРС-10**. **Проверка корректности по Адамару конкретной экстремальной задачи**

Рассмотреть заданную задачу, заменив в критерии оптимальности величину  на  где *z* – известная функция. В соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Доказать, что критерий оптимальности непрерывно зависит от *z* равномерно по управлению.
2. В условиях корректности задачи по Тихонову (см. СРС-8) установить корректность задачи по Адамару.

**Неделя 13**

**СРС-11**. **Вывод условий оптимальности для задачи с изопериметрическим условием**

Рассмотреть заданную задачу при наличии дополнительного условия:



В соответствии с описанной в лекции методикой требуется:

1. Вывести систему условий оптимальности.
2. Записать алгоритм решения задачи.

**Неделя 14**

**СРС-12**. **Анализ явления бифуркации**

Привести пример функции, зависящей от параметра, для которой соответствующее условие стационарности допускает явление бифуркации. На всем множестве параметров проверить, доставляют ли соответствующие точки стационарности экстремум функции.